

**College-examen schriftelijk**

**Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.**

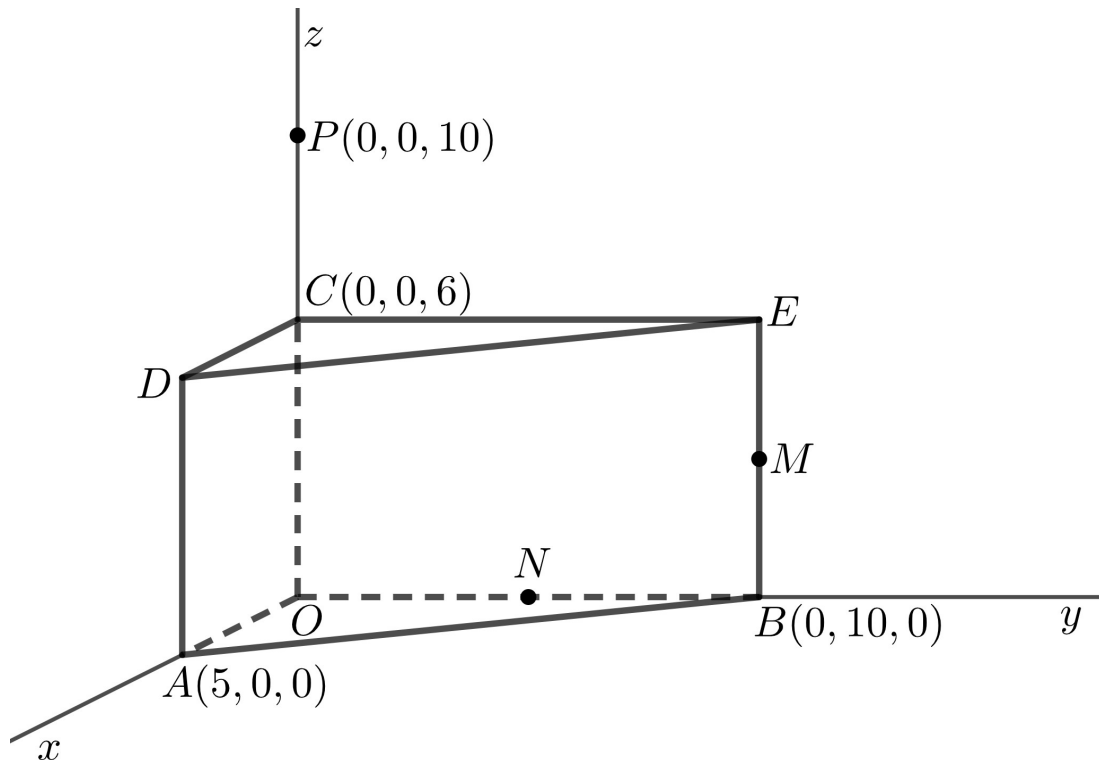
Dit examen bestaat uit 20 vragen. Hiervoor zijn maximaal 72 punten te behalen. Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

## Een prisma

Gegeven is het rechthoekige prisma  $OAB.CDE$  met  $A(5, 0, 0)$ ,  $B(0, 10, 0)$  en  $C(0, 0, 6)$ . Het midden van ribbe  $BE$  is punt  $M$  en het midden van ribbe  $OB$  is punt  $N$ . Verder is gegeven punt  $P(0, 0, 10)$ . Zie de figuur.



- 2p 1 Bereken exact de inhoud van het prisma.
- 2p 2 Zeg van de volgende lijnen of ze snijdend, kruisend of evenwijdig zijn:
- $BC$  en  $OD$
  - $DE$  en  $AM$

De lijn  $PM$  snijdt de  $y$ -as in het punt  $Q$ .

- 3p 3 Bereken exact de coördinaten van  $Q$ .

Gegeven is een vlak dat door de punten  $N$ ,  $P$  en  $D$  gaat.

- 3p 4 Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de doorsnede van dit vlak met het prisma. Licht je werkwijze toe.

De vergelijking van het vlak door  $N$ ,  $P$  en  $D$  is  $4x + 10y + 5z = 50$ .

Een lijn  $k$  gaat door de oorsprong en staat loodrecht op dit vlak.

Lijn  $k$  snijdt het vlak in punt  $S$ .

- 4p 5 Bereken exact de coördinaten van  $S$ .

## Knuffels

Fien heeft op haar slaapkamer 14 verschillende knuffels. Elke ochtend kiest ze 10 knuffels en zet die in een rijtje op haar bed.

- 3p 6 Bereken hoeveel verschillende rijtjes ze kan maken.



Als Fien bij opa en oma gaat logeren, mag ze 3 van haar 14 knuffels meenemen.

- 3p 7 Bereken hoeveel verschillende drietallen knuffels ze mee kan nemen.

## Drinkyoghurt

Een zuivelbedrijf vult dagelijks 3500 pakken drinkyoghurt. De hoeveelheid drinkyoghurt in een pak is normaal verdeeld met een gemiddelde van 533,9 gram en een standaardafwijking van 0,8 gram. Drinkyoghurt heeft een soortelijk gewicht van 1065 gram per liter.

Het zuivelbedrijf beweert dat een pak minimaal 500 ml drinkyoghurt bevat. Voor de meeste pakken is dat juist, maar voor sommige pakken klopt deze bewering niet. Zo'n pak bevat te weinig drinkyoghurt.

- 4p 8 Bereken hoeveel van de dagelijks geproduceerde pakken naar verwachting te weinig drinkyoghurt bevatten. Geef het antwoord in gehelen.

Voor het totale gewicht van een pak drinkyoghurt telt niet alleen de inhoud, maar ook de verpakking. Het gewicht van de verpakking is normaal verdeeld met een gemiddelde van 40,7 gram en een standaardafwijking van 2,4 gram. Het totale gewicht van een pak drinkyoghurt is het gewicht van de drinkyoghurt en de verpakking samen.

Na afloop van het vulproces worden de 1% zwaarste pakken apart gezet.

- 4p 9 Bereken hoe zwaar deze pakken minimaal zijn. Geef het eindantwoord in grammen in één decimaal.



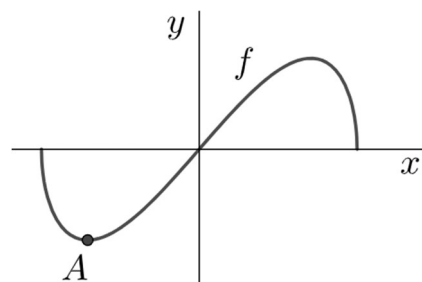
## Minimum

Gegeven is de functie  $f(x) = x\sqrt{12-x^2}$ .

In het punt  $A$ , dat op de grafiek van  $f$  ligt, is sprake van een negatief minimum.

Zie de figuur hiernaast.

- 6p 10 Bereken exact de waarde van  $x$  die bij dit minimum hoort.



## Een spelletje

Jamilla en Richard spelen een spel met drie verschillende dobbelstenen, te weten een rode, een blauwe en een groene dobbelsteen. Bij het spel gelden de volgende regels:

- Elke dobbelsteen waarmee je een 6 gooit is 100 punten waard.
- Elke dobbelsteen waarmee je een 1 gooit is 50 punten waard.
- Elke dobbelsteen waarmee je een 2, 3, 4, of 5 gooit is 0 punten waard.
- De speler die aan de beurt is gooit met de drie dobbelstenen tegelijk. Dit noemen we een worp. Een beurt kan uit meerdere worpen bestaan.

Richard mag beginnen. Hij gooit met de drie dobbelstenen tegelijk en krijgt als uitkomst een 6 op de rode dobbelsteen, een 1 op de blauwe dobbelsteen en een 5 op de groene dobbelsteen. Deze uitkomst noteren we als  $6-1-5$ .

Richard behaalt met deze worp 150 punten.

Er zijn verschillende uitkomsten waarmee je met één worp 150 punten haalt.

- 4p 11 Bereken het totaal aantal uitkomsten waarmee je met één gooi 150 punten haalt. Licht je antwoord toe.



Richard mag na elke gooi waarin hij punten haalt besluiten wat hij doet: óf hij gooit nog een keer met de drie dobbelstenen óf hij beëindigt zijn beurt.

Veronderstel dat hij besluit om nog een keer te gooien en hij zou  $3-3-6$  gooien. Dan heeft hij daarmee 100 punten gehaald, die hij mag optellen bij zijn reeds behaalde 150 punten.

Als Richard na deze twee worpen zou besluiten om zijn beurt te beëindigen, dan mag hij voor deze beurt 250 punten noteren. Maar als hij zou besluiten om nogmaals te gooien en hij zou  $4-3-5$  gooien, een worp die 0 punten waard is, dan vervallen alle in deze beurt verzamelde punten. Hij moet dan zijn beurt beëindigen en voor deze beurt 0 punten noteren.

De kans dat je bij een worp, dus bij een keer gooien met de drie dobbelstenen 0 punten haalt, is afgerond 0,296.

- 3p 12 Bereken deze kans exact.

Richard besluit om direct na zijn eerste worp te stoppen en zijn beurt af te sluiten. Hij noteert 150 punten voor zichzelf en geeft de beurt aan Jamilla. Jamilla is overmoedig en werpt meerdere keren achter elkaar. Helaas stopt haar beurt bij de vierde worp, omdat zij dan voor het eerst 0 punten heeft.

- 4p 13 Bereken de kans dat Jamilla bij haar vierde worp voor het eerst 0 punten heeft. Rond het antwoord af op drie decimalen.

Nadat Jamilla en Richard het spel een poosje gespeeld hebben en ze ieder voor zich de punten van hun beurten bij elkaar opgeteld hebben, heeft Richard 850 punten en Jamilla 900 punten. Van tevoren hebben ze afgesproken dat degene die het eerst minstens 1000 punten heeft, het spelletje wint.

Jamilla is aan de beurt. Zij besluit in deze beurt te proberen om minstens 1000 punten te halen, zodat zij wint.

- 4p 14 Bereken de kans dat Jamilla in deze beurt het spelletje wint. Geef het antwoord in twee decimalen. Je kunt onderstaande kansverdeling gebruiken.

aantal punten per worp	0	50	100	150	200	250	300
kans	0,296	0,222	0,278	...	...	...	0,005

### Vectoren

Gegeven zijn de vectoren  $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ p \end{pmatrix}$  en  $\vec{v} = \begin{pmatrix} p \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- 3p 15 Bereken voor welke waarde van  $p$  de vectoren  $\vec{u}$  en  $\vec{v}$  loodrecht op elkaar staan.

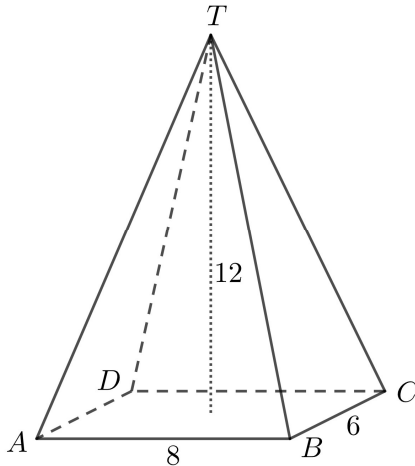
Voor de vector  $\vec{w}$  geldt  $\vec{w} = 4 \cdot \vec{u} - \vec{v}$ . De lengte van deze vector is uit te drukken in  $p$ . Er geldt  $|\vec{w}| = \sqrt{ap^2 + bp + c}$ .

- 4p 16 Bereken exact de waarden van  $a$ ,  $b$  en  $c$ .

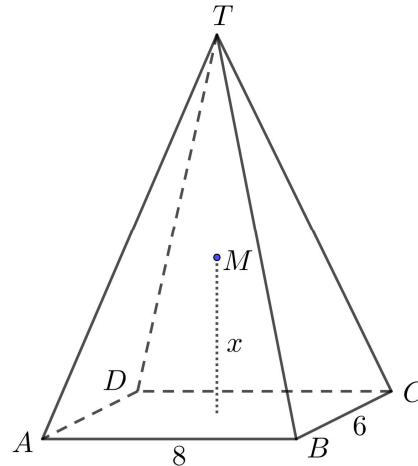
## Een piramide

Een piramide  $T.ABCD$  heeft een rechthoekig grondvlak. Er geldt  $AB = 8$  en  $BC = 6$ . De top  $T$  ligt boven het midden van het grondvlak. De hoogte van de piramide is 12. Zie figuur 1.

Figuur 1



Figuur 2



- 3p 17 Bereken de hoek die het vlak  $BCT$  met het grondvlak maakt. Geef het antwoord in hele graden.

Je kunt een bol tekenen die door alle hoekpunten van de piramide gaat. De afstand van het middelpunt  $M$  van deze bol tot het grondvlak  $ABCD$  wordt  $x$  genoemd. Zie figuur 2.

Er geldt  $x \approx 4,96$ .

- 4p 18 Bereken de waarde van  $x$  exact.
- 3p 19 Bereken de oppervlakte van de bol die door alle hoekpunten van de piramide gaat. Geef het eindantwoord als geheel getal.

## Natuurlijke logaritme

Gegeven is de functie  $f(x) = 3\ln(x^2 + 1) - 3$ .

De grafiek van  $f$  heeft twee buigpunten.

- 6p 20 Toon algebraïsch aan dat beide buigpunten onder de  $x$ -as liggen.