

Correctievoorschrift VWO

Voorbeeldexamen

Wiskunde D

Beoordelingsmodel

vraag	antwoord	scores
-------	----------	--------

Kratten

1 maximumscore 3

- $133 = \mu - \sigma$ en $139 = \mu + 2\sigma$ 1
- Volgens de vuistegels is daartussen 81,5% van de kratten 1
- Dus het zijn $0,815 \times 200 = 163$ kratten 1

2 maximumscore 3

- De gemiddelde hoogte van de stapel is $4 \times 135 + 230 = 770$ mm 1
- De standaardafwijking van de hoogte van de stapel is $\sqrt{4 \times 2^2 + 3^2} = 5$ mm 1
- Dus de kans is $\text{normalcdf}(772; 10^{99}; 770; 5) = 0,3446$ 1

Opmerking: als het getal 772,5 wordt gebruikt hiervoor geen punten in mindering brengen.

3 maximumscore 4

- $H_0 : \mu = 230$ en $H_1 : \mu < 230$ 1
- De standaardafwijking van het gemiddelde $\frac{3}{\sqrt{100}} = 0,3$ mm 1
- $\text{normalcdf}(-10^{99}; 229,4; 230; 0,3) = 0,0227$ 1
- $0,0227 < 0,05$; de kratten zijn significant vaak minder dan 230 mm hoog 1

vraag

antwoord

scores

Vlakken

4 maximumscore 3

- $\vec{n}_V = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ en $\vec{n}_W = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ 1
- $\cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{26}} = -\frac{11}{26}$ 1
- Dit geeft $\alpha \approx 115^\circ$ dus $\angle(V, W) \approx (180^\circ - 115^\circ) = 65^\circ$ 1

5 maximumscore 3

- Voor deze punten (x, y, z) geldt $\frac{|4x - y + 3z - 5|}{\sqrt{26}} = \frac{|x - 5z - 10|}{\sqrt{26}}$ 1
- Hieruit volgt $4x - y + 3z - 5 = \pm(x - 5z + 10)$ 1
- De bissectricevlakken zijn $3x - y + 8z = -5$ en $5x - y - 2z = 15$ 1

vraag	antwoord	scores
-------	----------	--------

Viervlakdobbelsteen

6 maximumscore 3

- $\binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2}$ 2
- het antwoord 2520 1

7 maximumscore 4

- Bert moet in de eerste 4 worpen 1 keer 4 gooien en de vijfde worp ook 1
- Beschrijven hoe de kans op 1 keer 4 gooien in de eerste 4 worpen kan worden berekend. 1
- Deze kans is 0,421875 1
- Het antwoord $0,421875 \cdot 0,25 \approx 0,105$ 1

8 maximumscore 5

- X = het aantal keer “4 ogen” is binomiaal verdeeld met onbekende n en kans 0,25 1
- Er moet gelden $P(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0) \geq 0,95$ 1
- Beschrijven hoe dit probleem met de GR kan worden opgelost 1
- bij $n = 10$ is $P(X \geq 1) = 0,9436$ en bij $n = 11$ is $P(X \geq 1) = 0,9577$ 1
- Amira moet 11 keer gooien 1

vraag	antwoord	scores
-------	----------	--------

Twee cirkels

9 maximumscore 6

- $\angle AQB = 180^\circ - \alpha - \beta$; hoekensom driehoek 1
- $\angle PMQ = 2 \cdot \angle PAQ = 2\alpha$ en $\angle PNQ = 2 \cdot \angle PBQ = 2\beta$;
omtrekshoek / middelpuntshoek 2
- $MP = MQ$ (straal), $NP = NQ$ (straal) en $MN = MN \Rightarrow \triangle MPN \cong \triangle MQN$; ZZZ 1
- Hieruit volgt $(\angle NMP =) \angle NMQ = (\frac{1}{2} \cdot 2\alpha =) \alpha$
en $(\angle MNP =) \angle MNQ = (\frac{1}{2} \cdot 2\beta =) \beta$ 1
- $\angle MQN = 180^\circ - \alpha - \beta$; hoekensom driehoek (dus $\angle AQB = \angle MPN$ q.e.d.) 1

vraag

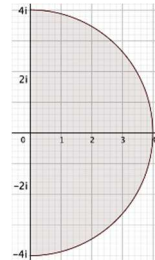
antwoord

scores

Complexe functie

10 maximumscore 3

- $|z^2| = |z|^2 = 2^2 = 4$
- $\text{Arg}(z^2) = 2 \cdot \text{Arg}(z)$ dus $-\frac{1}{2}\pi \leq \text{Arg}(z) \leq \frac{1}{2}\pi$
- Het beeld is het deel van de cirkelschijf met straal 4 rechts van de imaginaire as.



1

1

1

11 maximumscore 3

- $b=0$ geeft $f(1) = 1$
- $b=1$ geeft $f(1+i) = 2i$ en $b=-1$ geeft $f(1-i) = -2i$
- $b=2$ geeft $f(1+2i) = -3+4i$ en $b=-2$ geeft $f(1-2i) = -3-4i$

1

1

1

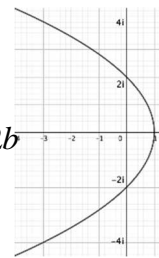
of

- $f(1+bi) = (1+bi)^2 = 1+2bi-b^2 = 1-b^2+2bi$
- Dat zijn complexe getallen z met $\text{Re}(z) = 1-b^2$ en $\text{Im}(z) = 2b$
- Dus $\text{Re}(z) = 1 - \frac{1}{4} \text{Im}(z)^2$ en dat is een parabool.

1

1

1



12 maximumscore 4

- $f(a+4i) = (a+4i)^2 = a^2 + 8ai - 16 = a^2 - 16 + 8ai$
- $\text{Re}(a^2 - 16 + 8ai) = 0 \Rightarrow a^2 - 16 = 0$
- Dit geeft $a^2 = 16$ dus $a = 4 \vee a = -4$
- Dus $z = 4 + 4i$ en $z = 4 - 4i$ worden op de imaginaire as afgebeeld.

1

1

1

1

of

- z^2 ligt op de imaginaire as dus $\text{Arg}(z^2) = \frac{1}{2}\pi$
- Dus $\text{Arg}(z) = \frac{1}{4}\pi \vee \text{Arg}(z) = \frac{5}{4}\pi$
- Dus het reële deel en het imaginaire deel van z zijn gelijk
- Dus $z = 4 + 4i$ en $z = 4 - 4i$ worden op de imaginaire as afgebeeld.

1

1

1

1

vraag

antwoord

scores

Complexe functie

13 maximumscore 4

- $(z-i)^2 = -4 = 4e^{\pi i + 2k\pi i}$ 1
- $z-i = 2e^{\frac{1}{2}\pi i + k\pi i}$ 1
- $z-i = 2e^{\frac{1}{2}\pi i} = 2i \Rightarrow z = 3i$ 1
- $z-i = 2e^{\frac{3}{2}\pi i} = -2i \Rightarrow z = -i$ 1

of

- $(z-i)^2 = -4 \Rightarrow z^2 - 2iz - 1 = -4 \Rightarrow z^2 - 2iz + 3 = 0$ 1
- $D = (-2i)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -16$ 1
- $z = \frac{2i \pm \sqrt{-16}}{2 \cdot 1} = \frac{2i \pm \sqrt{16i^2}}{2 \cdot 1} = \frac{2i \pm 4i}{2 \cdot 1}$ 1
- $z = -i \vee z = 3i$ 1

vraag

antwoord

scores

Bevolking van Nederland

14 maximumscore 4

- de groeifactor per jaar bedraagt $\left(\frac{13}{5}\right)^{\frac{1}{70}} \approx 1,0137$ 1
- de recursieve formule is $N(t) = 1,0137 \cdot N(t-1)$ met $N(0) = 5$ 1
- beschrijven hoe met de GR kan worden opgelost wanneer $N(t) = 10$ 1
- het antwoord 1951 1

15 maximumscore 2

- $N(1) = N(0) + a \cdot N(0)(20 - N(0))$ geeft $16,01 = 15,93 + a \cdot 15,93 \cdot (20 - 15,93)$ 1
- herleiden tot $a = 0,001234$ 1

16 maximumscore 3

- beschrijven hoe met de GR kan worden opgelost wanneer $N(t) = 19$ 1
- bij $t = 63$ is $N(t) = 18,99$ en bij $t = 64$ is $N(t) = 19,014$ 1
- het antwoord 2064 1

17 maximumscore 5

- $\left(\frac{0,05}{N} + \frac{0,05}{20 - N}\right) dN = c \cdot dt$ geeft $0,05 \cdot \ln(N) - 0,05 \cdot \ln(20 - N) = ct + d$ 1
- herleiden tot $\ln\left(\frac{N}{20 - N}\right) = 20ct + 20d$ 1
- herleiden tot $\frac{N}{20 - N} = e^{20ct + 20d}$ 1
- kruislings vermenigvuldigen geeft $N = (20 - N) \cdot e^{20ct + 20d}$ 1
- herleiden tot $N = \frac{20}{1 + e^{-20ct - 20d}}$ 1

vraag	antwoord	scores
-------	----------	--------

Bevolking van Nederland

18 maximumscore 3

• $15,93 = \frac{20}{1 + e^{-20d}}$ geeft tot $d \approx 0,06823$ 1

• $16,01 = \frac{20}{1 + e^{-20c - 20 \cdot 0,06823}}$ geeft $c \approx 0,00124$ 1

• $N = \frac{20}{1 + e^{-20 \cdot 0,00124t - 20 \cdot 0,06823}}$ geeft $N = \frac{20}{1 + 0,2555 \cdot e^{-0,0248t}}$ 1

vraag

antwoord

scores

Parabool en raaklijn

19 maximumscore 4

- $(y + a)^2 = 6x + 5a + a^2$ 1
- $(y + a)^2 = 6\left(x + \frac{5a+a^2}{6}\right)$ dus de top is het punt $\left(-\frac{5a+a^2}{6}, -a\right)$ 1
- $\frac{5a+a^2}{6} \cdot 6 = -a$ 1
- $5a + a^2 = a$ geeft $a(4 + a) = 0$ geeft $a = 0$ of $a = -4$ 1

of

- $x = \frac{1}{6}y^2 + \frac{1}{3}ay - \frac{5}{6}a$ geeft $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}a$ 1
- $\frac{1}{3}y + \frac{1}{3}a = 0$ geeft top $\left(-\frac{5a+a^2}{6}, -a\right)$ 1
- $\frac{5a+a^2}{6} \cdot 6 = -a$ 1
- $5a + a^2 = a$ geeft $a(4 + a) = 0$ geeft $a = 0$ of $a = -4$ 1

20 maximumscore 5

- Er geldt: $\angle PQR = \angle FQR$; raaklijneigenschap parabool 1
- $d(Q, k) = PQ = FQ$ want Q ligt op de parabool 1
- $RQ = RQ$ dus de driehoeken PQR en FQR zijn congruent; ZHZ 1
- $\angle RPQ = 90^\circ$ dus $\angle RFQ = 90^\circ$ 1
- $\angle RPQ + \angle RFQ = 180^\circ$ dus $PQFR$ is een koordenvierhoek 1